

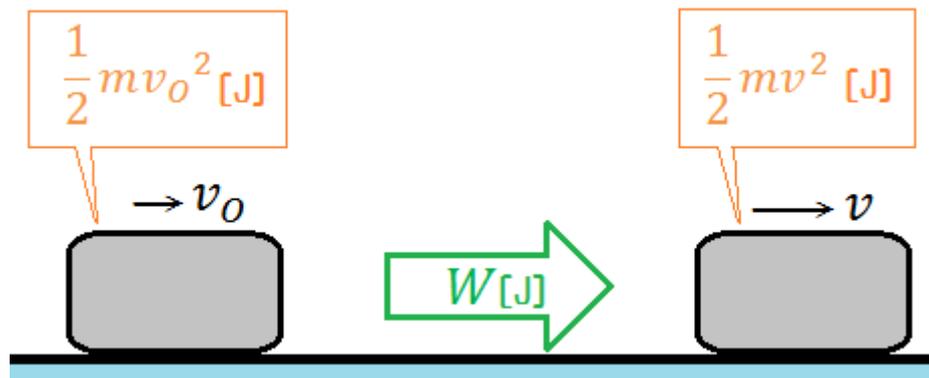
2. エネルギー保存則

そもそもエネルギーとは、他の物体に仕事をする能力の尺度のことを言う。まず、高校物理で学習するエネルギーの種類を確認しよう。

- ・「運動エネルギー」＝運動する（速度を持つ）物体がもつエネルギー
- ・「位置エネルギー」＝ある基準面から「高い」場所にある物体がもつエネルギー
- ・「弾性エネルギー」＝ばねが伸縮するためにもつエネルギー

物体に外から何らかの力(外力)がかかるために力学的エネルギーが変化する場合、仕事とエネルギーの等価性に注目し、エネルギー保存則を立式することがポイントである。

下のように、はじめに v_0 [m/s]で運動していた質量 m の物体が、外から何らかの力を受けて v [m/s]になった。このときの力学的エネルギーの変化の様子は次の式で表せる。



$$\frac{1}{2}mv_0^2 + W = \frac{1}{2}mv^2$$

(W : 外力が物体にした仕事[J])

この式は、以下のように和訳することができる。

はじめに $\frac{1}{2}mv_0^2$ [J] を持っていた物体が、

外から何らかの力によって W [J] を受け、 $\frac{1}{2}mv^2$ [J] になった。

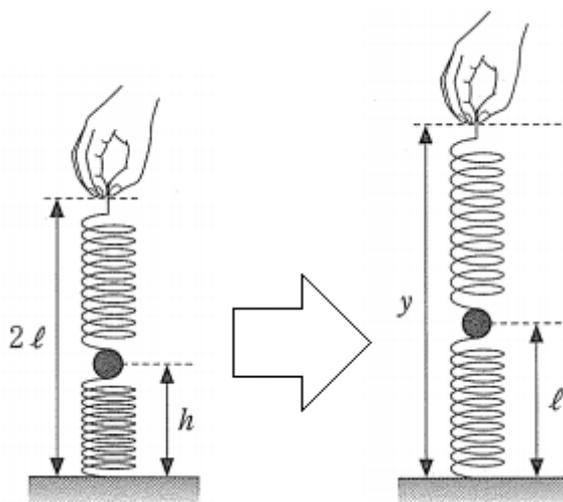
教科書によっては、上の式を「 $W = \sim\sim\sim$ 」というように立式する場合もあるが、まずはエネルギーの流れによって物体が持つ力学的エネルギーがどのように変化していくかに注目していただきたい。

【2-例】2015 センター本試験・物理

自然長 ℓ 、ばね定数 k の2つの軽いばねを、質量 m の小球の上下に取り付けた。下側のばねの端を床に取り付け、上側のばねの端を手で持ち上げた。重力加速度は g である。

まず下左図のように、ばねの長さの合計を 2ℓ にし、小球を床から h だけ高い位置に静置させた。その後、下右図のように、床から測った小球の高さが ℓ になるまで、ばねの上端をゆっくり引き上げ、再び静置させた。このときの2つのばねの長さの合計は y である。

2つのばねの長さの合計 y と、高さ h から ℓ まで小球を引き上げるために手がした仕事 W を k, ℓ, h, y, m, g のうち必要なものを用いて求めよ。



・2つのばねの長さの合計 y について

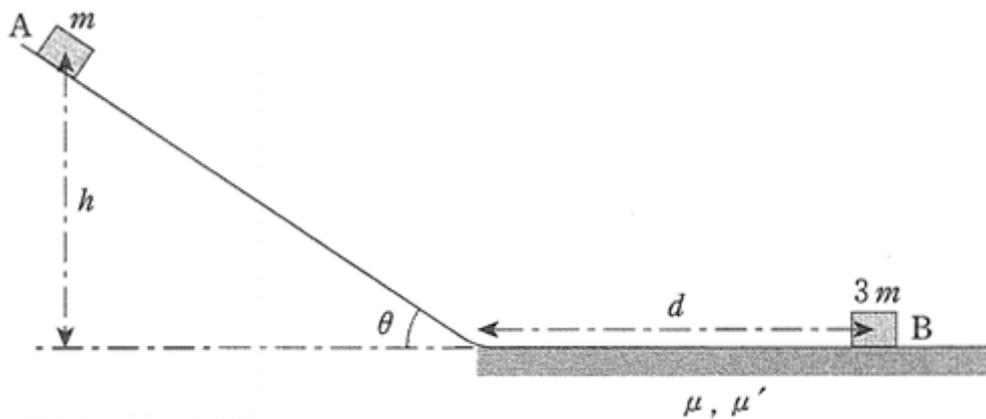
→ 「ばねに付けられた小球が静置している」ということは、小球にかかる力が釣りあっているということである。また、ばねの長さを求めるためにはフックの式を用いて自然長からの伸縮を鑑みる必要がある。

・仕事 W について

→ 「初めの状態から手によって外力が加わったためにばねが伸びた」というエネルギーの流れに注目したい。基準面は初めの状態の小球の位置に設け、仕事 W によって重力による位置エネルギーと弾性エネルギーがどのように変化してきたか…を立式しよう。

【2-1】北海道大学 2009 第一問・問 1

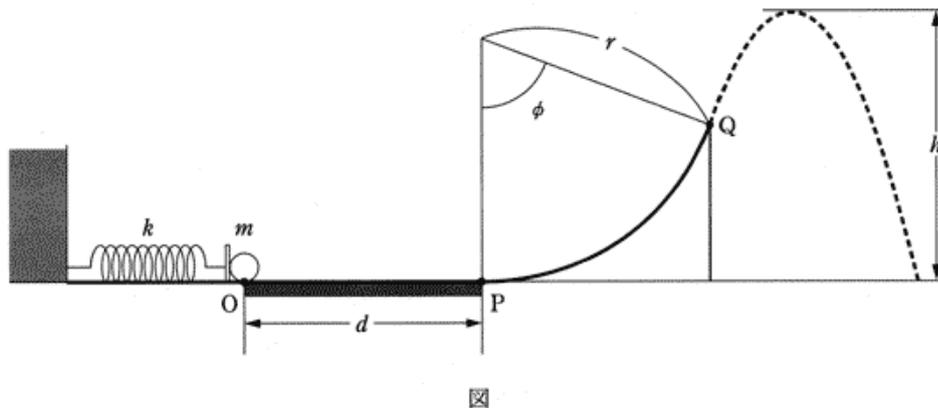
下図のように、水平面と角 θ [rad]をなす斜面上の高さ h [m]の位置に質量 m [kg]の小物体 A が保持され、斜面の最下点から距離 d [m]の水平の位置に質量 $3m$ [kg]の小物体 B が置かれている。斜面は滑らかで摩擦は無視できるが、水平部分は静止摩擦係数 μ および動摩擦係数 μ' をもつ粗い面である。いま、斜面上の小物体 A を静かに放すと滑り始めた。重力加速度を g [m/s²]とする。小物体 A は斜面から水平部分を滑らかに移行でき、また $0 < \theta < \pi/2$ であるとして、以下の文章の空欄{1}から{4}を数式で埋めよ。



- ・斜面の最下点での小物体 A の速さは{1}[m/s]である。
- ・その後、小物体 A が水平部分を距離 d [m]だけ進んだとすると、摩擦のため熱となって失われるエネルギーは、 μ' を用いて{2}[J]である。
- ・これより、小物体 A が水平部分を距離 d [m]だけ進むためには、 $h \geq$ {3}[m]を満たす必要がある。
- ・以下、この不等式が満たされているとする。その場合、小物体 A は小物体 B と衝突する。衝突直前の小物体 A の速さを v_1 [m/s]とすると、 $v_1 =$ {4}[m/s]と表される。

【2-2】 岐阜大学 2009 第一問

下図のように、床にばね定数 k [N/m]のばねが一端を固定されて置かれており、他端には質量 m [kg]の小球が固定されず接して置かれている。ばねが自然長の時の小球の位置を点 O とする。点 O から距離 d [m]離れた点に半径 r [m]の円弧状斜面 PQ を持つ台が水平な床の上に固定されており、円弧状斜面は点 P と床となめらかにつながっている。円弧の中心角は ϕ [rad] (鋭角)である。ばねの質量は無視でき、小球も質点と見なせるものとする。また OP 間の床と小球の間には摩擦力が働くが、それ以外の床、円弧状斜面と小球の間には摩擦力は働かないとする。重力加速度は g [m/s²]であるとして、次の問いに答えよ。



- 問 1 小球を押して、ばねを自然長から x_0 [m]だけ縮ませた後、静かに小球を放すと、ばねが自然長になった点 O で小球がばねから離れた。小球がばねから離れた直後の速さ v_0 [m/s]を求めよ。
- 問 2 小球が点 P を通過するためには、 x_0 にはどのような条件が必要か。また点 P を通過する時の速さ v_1 [m/s]を、 x_0 を用いて表せ。ただし小球と床の動摩擦係数は μ' とせよ。
- 問 3 小球が点 Q を通過するには、 v_1 にはどのような条件が必要か。また、点 Q を通過するときの速さ v_2 [m/s]を、 v_1 を用いて表せ。
- 問 4 小球が点 Q において円弧状斜面から受ける垂直抗力の大きさ N [N]を、 v_2 を用いて表せ。
- 問 5 小球が点 Q と通過した直後に斜面から離れ、空中に飛び出した。この後小球が到達する最高点の高さ h [m]での速さ[m/s]と向きを、 v_1 を用いて表せ。